解答速報

大阪医科薬科大学
一般選抜前期

医歯専門予備校 メルリックス学院 MELURIX × 医学部受験予備校 医特

数学

［1］

(1) $P_4 = 1-\left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{175}{256}$　(2) $P_n = 1-\left(\frac{n-1}{n}\right)^n$　(3) $\lim_{n\to\infty} P_n = 1-\frac{1}{e}$

［2］

$$(a^2+b^2-4)x^2+2(a+b-2)x+1=0\cdots(*)$$

(1)が重解をもつので、$a^2+b^2-4\neq 0$である

$$x^2+2\frac{a+b-2}{a^2+b^2-4}x+\frac{1}{a^2+b^2-4}=0$$

$$\left(x+\frac{a+b-2}{a^2+b^2-4}\right)^2+\frac{-2ab+2a+2b-8}{a^2+b^2-4}=0$$

$x=2$を重解にもつので

$$-\frac{a+b-2}{a^2+b^2-4}=2\cdots ①かつ-2ab+2a+2b-8=0\cdots ②$$

②より$(a-2)(b-2)=0$となるので、$a=2$ または$b=2$

①に代入して$(a,b)=\left(2,-\frac{1}{2}\right),\left(-\frac{1}{2},2\right)$

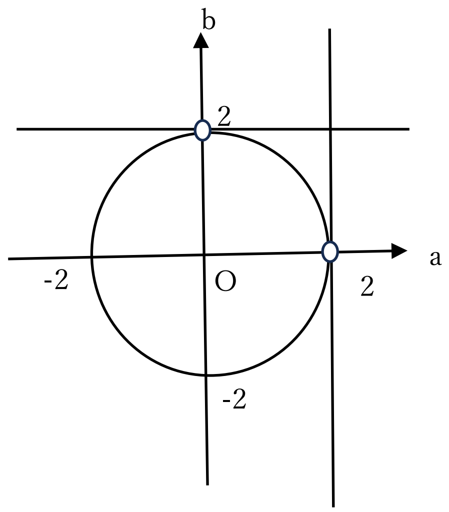
(2)$a^2+b^2-4\neq 0$のとき、(＊)が重解を持つとすると②より$a=2$ または$b=2$

ただし、$a^2+b^2-4\neq 0$を考慮して、$(a,b)=(2,0),(0,2)$を除く。

また、$a^2+b^2-4=0$ かつ$a+b-2\neq 0$のとき、(＊)は１次方程式となり、ただ１つの実数解をもつ。このとき、

円$a^2+b^2=4$,(ただし、$(a,b)=(2,0),(0,2)$を除く)となる。

以上より、(a,b)の存在範囲は右図の実線部(ただし、白丸は除く)



［3］

(1)座標で書くと

$A(1,0)$,B$(2,1)$, C$(1,b)$, D$(-2,-1)$

となる。また、$b>5$である。

E は AC と BD の交点である。

AC$x=1$, BD の傾き$\frac{1}{2}$より、BD の直線は

$$y=\frac{1}{2}(x-2)+1$$

$x=1$を代入すると、$y=\frac{1}{2}$

よって、$\alpha=1+\frac{1}{2}i$

次に、F は AB と BD の二等分線の交点である。

AB の中点は$\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$,傾き 1 なので垂線の傾きは$-1$となる。

よって、

$$y=-x+2$$

$y=-2x$

が求まる。交点を求める、

$$\beta=-2+4i$$

(2)焦点が A、B の楕円の点 P があるとする。

$|P-A|+|P-B|$＝一定

もし、C,D が楕円上にあるあるなら

$$|C-A|+|C-B|=|D-A|+|D-B|$$

となるはずである。

$|C-A|$＝b とすると、$|C-B|$＝$\sqrt{(b-1)^2+1}$

よって、

$|C-A|+|C-B|$＝$b+\sqrt{(b-1)^2+1}$

ここで、$\sqrt{(b-1)^2+1}$>$b-1$となるので

$$|C-A|+|C-B|=b+b-1=2b-1$$

$b>5$より$2b-1>9$

一方、D について考えると

$|D-A|=\sqrt{10}$, $|D-B|$=$2\sqrt{5}$

よって、$|D-A|+|D-B|<9$

C,D についてまとめると

$$|C-A|+|C-B|>9>|D-A|+|D-B|$$

よって、一定にならないため C、D は楕円上にないと言える。

［４］

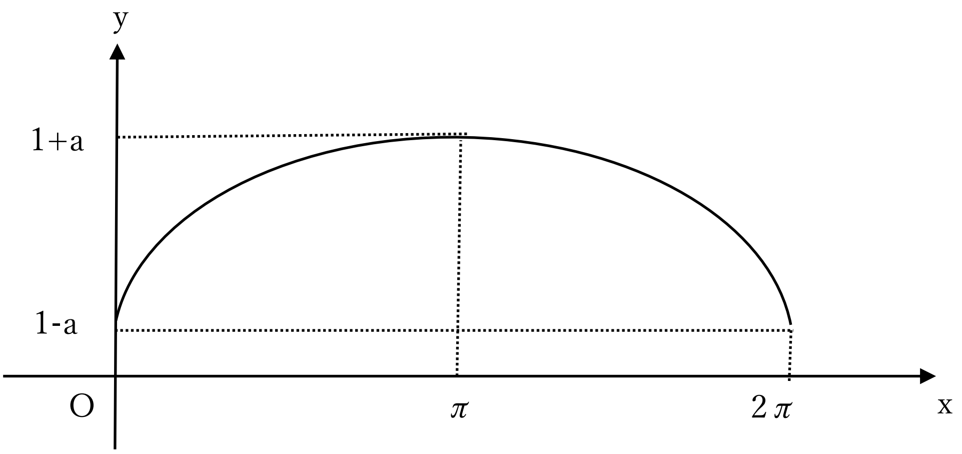
（１）$\overrightarrow{OP} = (\theta, 1) + (acos(-\frac{\pi}{2} - \theta), asin(-\frac{\pi}{2} - \theta)) = (\theta - asin\theta, 1 - acos\theta)$

$\therefore (x, y) = (\theta - asin\theta, 1 - acos\theta)$

（２）$\frac{dx}{d\theta} = 1 - acos\theta > 0$, $\frac{dy}{d\theta} = asin\theta$となるので、増減表は以下のようになる。

θ	0	⋯	π	⋯	2π
dy/dθ		-	-	-	
dx/dθ		+	0	-	
x	0	→	π	→	2π
y	1-a	↑	1+a	↓	1-a

よって、曲線 F の概形は以下のようになる。



(3)

$$\int_0^{2\pi} \pi y^2 dx = (2 + 3a^2)\pi^2$$

【講評】

［1］

確率および極限の融合問題であったが、あまり時間をかけずに解き切りたい問題であった。自然対数の底 e の定義をしっかりと覚えておく必要があった。

［2］

与えられた方程式がただ 1 つの実数解をもつための条件を求める問題であった。定数の値によって 2 次方程式が重解をもつ条件、1 次方程式が実数解をもつ条件を区別して解答を書くことが重要である。

［3］

複素数平面および 2 次曲線(楕円)の融合問題であった。(1)の計算はそれほど難しくないが、(2)を解き切るためには楕円の定義をしっかりと理解しておく必要があった。

［4］

サイクロイド曲線の概形および回転体の体積を求める問題であった。(1)では導出過程をしっかりと理解しておく必要があった。(2),(3)の概形および体積を求める計算に難しい点はなかった。

試験時間に対して分量および難易度もそれほど厳しくなかったので、4 問中 3 問を完答することを目指したい。ただし、記述式の試験なので減点を考慮した上で、全体として 75%が目標である。

メルマガ登録（無料）または LINE 公式アカウント友だち登録（無料）で全教科閲覧できます！
メルマガ登録は左の QR コードから、LINE 友達登録は右の QR コードから行えます。

渋谷校
0120-142-760
東京都渋谷区桜丘町 6-2

名古屋校
0120-148-959
名古屋市中村区名駅 2-41-5
CK20 名駅前ビル 2F

大阪校
0120-142-767
大阪府吹田市広芝町 4 － 3 4
江坂第 1 ビル 3F

個別専門館
麹町 FC 校
TEL：03-6272-4175
東京都千代田区二番町 8-20

提携校
医学部特訓塾
TEL：03-6279-9927
東京都杉並区阿佐谷南 3-37-2
第二大同ビル 2F