解答速報

藤田医科大学（一般後期）

数学

問題 1

(1) $a=-3$ …アイ　$n(\overline{A\cup\overline{B}})=2$ …ウ

$n((A\cap B)\cup(\overline{A}\cap B)\cup(A\cap\overline{B}))=6$ …エ

(2) $\dfrac{\triangle RBC}{\triangle RAC}=\dfrac{2}{3}$ …$\dfrac{\text{オ}}{\text{カ}}$　$\dfrac{\triangle RAC}{\triangle ABC}=\dfrac{6}{13}$ …$\dfrac{\text{キ}}{\text{クケ}}$

(3) 最小値　0 …コ　最大値　$\dfrac{5}{2}$ …$\dfrac{\text{サ}}{\text{シ}}$

(4) $z^7=1$ …ス　$z+z^2+z^3+z^4+z^5+z^6=-1$ …セソ

$(1-z)(1-z^2)(1-z^3)(1-z^4)(1-z^5)(1-z^6)=7$ …タ

(5) $\left(x^2-\dfrac{1}{x^2}\right)=45$ …チツ　(6) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{(e^x-1)\log(4x+1)}{x^2}=4$ …テ

(7) $0<a<\dfrac{1}{7}$ …ト$<a<\dfrac{\text{ナ}}{\text{ニ}}$，$4<a$ …ヌ$<a$

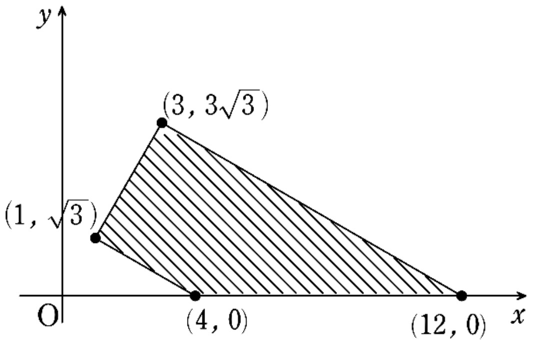
(8) 606 …ネノハ　(9) 6 …ヒ

(10) $\log_2(\log_2 A)-\log_2(\log_2 B)=-6$ …フヘ

(11) $\displaystyle\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}}\left(\frac{x}{1+x^2}\right)^2dx=\frac{1}{12}\pi$ …$\dfrac{\text{ホ}}{\text{マミ}}\pi$

問題２

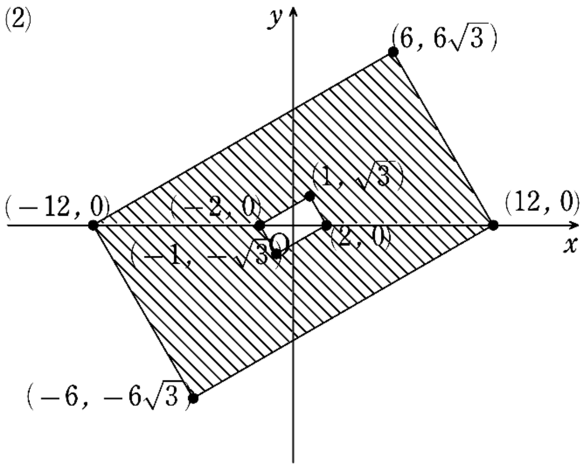
(1)



Pがとりうる範囲は
図の斜線部　境界線上を含む
従って求める面積は

$$\frac{1}{2}\times12\times\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times4\times\sqrt{3}$$
$$=16\sqrt{3}$$

(2)



Pがとりうる範囲は
図の斜線部　境界線上を含む
従って求める面積は

$$24\times6\sqrt{3}-4\times\sqrt{3}$$
$$=140\sqrt{3}$$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(2s+t\,,\ \sqrt{3}\,t)$

$x=2s+t\,,\ y=\sqrt{3}\,t$ とおくと，

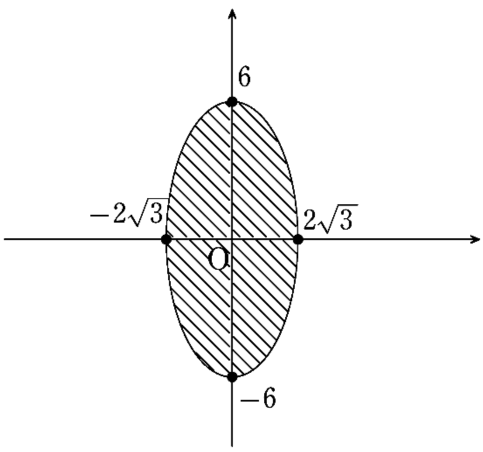
$t=\dfrac{y}{\sqrt{3}}\,,\ s=\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{2\sqrt{3}}$

$s^2+(s+t)^2\leqq6$ より

$$\left(\frac{x}{2}-\frac{y}{2\sqrt{3}}\right)^2+\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{2\sqrt{3}}\right)^2=\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{6}\leqq6$$

$\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{36}\leqq1$ となり，

Pがとりうる範囲は
図の斜線部境界線上を含む
よって，面積は $12\sqrt{3}\,\pi$



問題３

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2}{3}\times\left(-\dfrac{3}{2}\right)\times x^{\frac{1}{2}}=-\sqrt{x}$

$\dfrac{2}{3}+\displaystyle\int_0^1\sqrt{1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}\,dx=\dfrac{2}{3}+\int_0^1\sqrt{1+x}\,dx=\dfrac{2}{3}+\left[\dfrac{2}{3}(1+x)^{\frac{3}{2}}\right]_0^1=\dfrac{4}{3}\sqrt{2}$

(2)線分QPの長さは,

$\dfrac{2}{3}+\displaystyle\int_0^t\sqrt{1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}\,dx=\dfrac{2}{3}(1+t)^{\frac{3}{2}}$

また$y=\dfrac{2}{3}\left(1-x^{\frac{3}{2}}\right)$ の微分が$y'=-\sqrt{x}$ であることから

点Qにおける接線の傾き、$\overrightarrow{\mathrm{QP}}$の方向ベクトル$\vec{v}=(1,-\sqrt{t})$であり

$\left|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\right|:\left|\vec{v}\right|=\dfrac{2}{3}(1+t)^{\frac{3}{2}}:\sqrt{1+t}$ 。

また, Qの座標が$\left(t\,,\dfrac{2}{3}\left(1-x^{\frac{3}{2}}\right)\right)$ であることを用いて

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OQ}}+\overrightarrow{\mathrm{QP}}$より

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\left(t-\dfrac{2}{3}(1+t)\,,\dfrac{2}{3}\left(1-t^{\frac{3}{2}}\right)+\dfrac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}+\dfrac{2}{3}\sqrt{t}\right)=\left(\dfrac{1}{3}t-\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{3}\sqrt{t}\right)$

よって点Pの座標は$\left(\dfrac{1}{3}t-\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{3}\sqrt{t}\right)$である。

(3) $\displaystyle\lim_{h\to+0}\dfrac{\dfrac{2}{3}\left\{1-(0+h)^{\frac{3}{2}}\right\}-\dfrac{2}{3}\left(1-h^{\frac{3}{2}}\right)}{h}=0$ より$y=\dfrac{3}{2}\left(1-x^{\frac{3}{2}}\right)$ の限りなく$x=0$に近づいたときの傾きは0

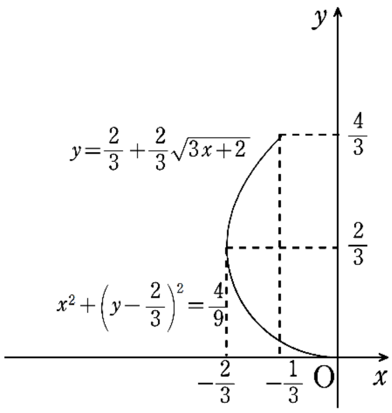
よって, PはまずBを中心に$\dfrac{\pi}{4}$回転する。

そのあと, (2)で求めたように$\left(\dfrac{1}{3}t-\dfrac{2}{3}\,,\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{3}\sqrt{t}\right)$　$(0<t<1)$で軌跡を描くので,

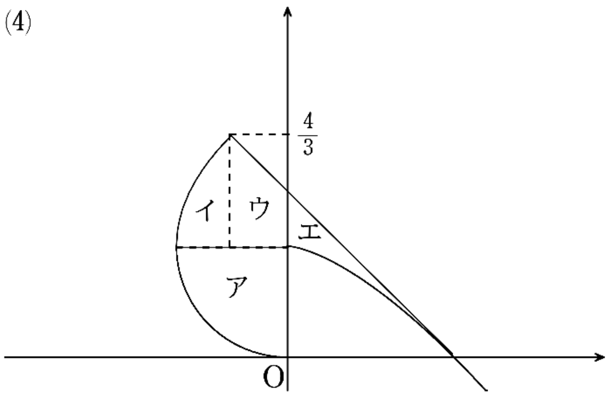
$x=\dfrac{1}{3}t-\dfrac{2}{3},\ y=\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{3}\sqrt{t}$ とおくと

$y=\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{3}\sqrt{3x+2}$　$\left(-\dfrac{2}{3}\leqq x\leqq-\dfrac{1}{3}\right)$

$y'=\dfrac{1}{\sqrt{3x+2}}$ より右図のように軌跡を描く。



(4)



糸が通過した領域はア＋イ＋ウ＋エである

ア：$\left(\dfrac{2}{3}\right)^2\pi\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{9}\pi$

イ：$\displaystyle\int_{-\frac{2}{3}}^{-\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\sqrt{3x+2}-\frac{2}{3}\right)dx=\frac{4}{27}$

ウ：$\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{3}\right)\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{6}$

エ：$\displaystyle\int_0^1\left(-x+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right)dx=\left[-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x+\frac{4}{15}x^{\frac{5}{2}}\right]_0^1=\frac{1}{10}$

以上より$\dfrac{1}{9}\pi+\dfrac{4}{27}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{10}=\dfrac{56}{135}+\dfrac{1}{9}\pi$

講評

問題1のマークシート部分は前期と同様に易しい問題構成で、計算ミスがなければ取り切れる問題が多かったでしょう。ただし、(1)でn(A∩B)をA∩Bと読み違えるといったケアレスミスをしないように注意する必要はあります。

問題2はベクトルの存在範囲の問題でした。(1)、(2)は頻出問題で多くの受験生は解けたのではないでしょうか。(3)に戸惑った受験生も多かったと思われますが、座標が与えられているので、x＝2s＋t 、y＝$\sqrt{3}$t から s,tをx,y で表して与式に代入すれば、よく知られた楕円になる問題でした。

問題3は媒介変数を用いた微分積分に関する問題でした。落ち着いて考えればそれ程難しくはないのですが、(2)、(4)の計算がやや煩雑で、ここで差がついたのではないでしょうか。

問題2全てと問題3(3)と図示する問題も多く時間的には厳しかったと思います。

難易度については、問題1、問題3は例年並みで、問題2がやや易化したように感じます。

合格の基準となる点数については、マークシート部分で90/120点、論述部分で50/80点、合計で140/200点くらいになりそうです。