解答速報

近畿大学医学部（一般前期）

数学

医歯専門予備校 メルリックス学院 MELURIX

1 (1) $\boxed{ア}=\dfrac{1}{15}$ $\boxed{イ}=\dfrac{11}{180}$ $\boxed{ウ}=\dfrac{17}{360}$ (2) $\boxed{エ}=\dfrac{7}{1944}$ $\boxed{オ}=\dfrac{2}{1215}$ $\boxed{カ}=\dfrac{17}{36}$

2 (1) （ⅰ）aから始まる連続するn個の整数の最後の数は、$a+n-1$であるので、

その和は$\dfrac{1}{2}n\{a+(a+n-1)\}$となる。

$\dfrac{1}{2}n\{a+(a+n-1)\}=2023$　　$n(2a+n-1)=2\cdot 7\cdot 17^2$

これに当てはまる$(n,\ a)$は、$n\geqq 2$に注意すると

$(n,\ a)=(2,1011)$　$(7,286)$　$(14,138)$　$(17,111)$　$(34,43)$　$(119,-42)$　$(238,-110)$

$(289,-137)$　$(578,-285)$　$(2023,-1010)$　$(4046,-2022)$　の11通りとなる。

（ⅱ）（ⅰ）のうちnとaがともに奇数であるものは、2通り

(2) （ⅰ）$\overline{x}=\dfrac{1}{n}\{a+(a+1)+(a+2)+\ \cdot\ \cdot\ \cdot+(a+n-1)\}=\dfrac{2a+n-1}{2}$

（ⅱ）$s^2=\dfrac{1}{n}\{a^2+(a+1)^2+(a+2)^2+\ \cdot\ \cdot\ \cdot(a+n-1)^2\}-\left(\dfrac{2a+n-1}{2}\right)^2$

$=\dfrac{1}{n}\left\{\displaystyle\sum_{k=1}^{a+n-1}k^2-\sum_{k=1}^{a-1}k^2\right\}-\left(\dfrac{2a+n-1}{2}\right)^2=\dfrac{(n+1)(n-1)}{12}$

別解

aから始まる連続するn個の整数の分散に関しては、1からnまでの自然数の分散と一致することを使えば、計算は手早くできる。

(ⅲ) $(n-1)(n+1)$が12の倍数である必要があるので、nは奇数かつ3の倍数ではない。

このような数は、$n=6l-1,6l+1$と表される。（lは自然数）

このような数の中で$n_k=2023$となるのは、$6l+1=2023$　$l=337$

よって、$k=337\cdot 2=674$

(ⅳ)（ⅱ）より$s^2=\dfrac{(n+1)(n-1)}{12}$　これに、$n=6l-1,6l+1$を代入して、$s^2=l(3l-1),l(3l+1)$

これが平方数となれば、条件にあてはまるので、

$l(3l+1)$で$l=1$のとき、$s^2=4$　$s=2$であるので、$s_1=2$

$l(3l+1)$で$l=16$のとき、$s^2=784$　$s=28$であるので、$s_2=28$

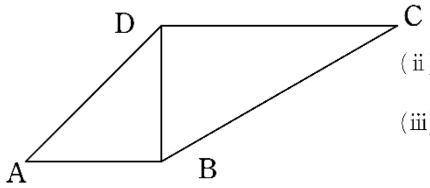
$\boxed{3}$

(1)(ⅰ)$AC=x$ とおく、$\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ に余弦定理を用いて

$x^2=1+4-2\cdot1\cdot2\cdot\cos150°$ …① $x^2=2+3-2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cos\theta$ …②

①と②をつないで $\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ よって∠ADC=135°

(ⅰ)の結果を踏まえて図を描くと下図の様に有名三角形を並べた形である。



(ⅱ)$\angle BAD=45°$

(ⅲ) $BD=1$ (ⅳ) $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

(2) 二辺の長さが固定されたとき三角形の面積はその間の角を90°にした時が面積は最大となる
この問題において$\triangle ABC$と$\triangle CDA$に分割した場合$\angle ABC=90°$、$\angle CDA=90°$
を同時に満たすことが出来、この時が最大であると言える
よってこの時の面積は$1+\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ でありこの時のBDの長さは$BD=\sqrt{5}$

講評

$\boxed{1}$ 起こりうる事象を丁寧に精査していけばできる問題、計算ミスなく手早く出来るかがカギ

$\boxed{2}$ 今回の問題の中では一番厄介な問題。(1)と(2)の(ⅰ)まで解ければ、OK。

$\boxed{3}$ 気が付いてしまえば、解答するのに時間はいらない問題。

図形を正確に描く訓練や共通テスト等の図形の問題に慣れていた受験生は取り組み易かったか。
トータルとして昨年よりは取りやすくなったと思われる。合格点は5割5分。