



藤田医科大学 (一般前期)

数学

医歯専門予備校 メルリックス学院
MELURIX

問題 1

(1) ア=5 イ=4 ウ=9 エ=9 オ=4 カ=1 キ=2

(2) $\frac{ク}{ケ} = \frac{5}{2}$ (3) $\frac{コサ}{シ}$ = $\frac{14}{3}$ (4) スセソ=505 (5) タチ=16

(6) ツテ=16 (7) ト=0 ナニ=12 (8) $\frac{フ}{ネフ} = \frac{7}{27}$, $\frac{ハ}{ヒフ} = \frac{7}{27}$

(9) ヘ=3 ホ=8 (10) マミ=15, ムメモ=210

問題 2

(1) $g(x) = t$ とおくと、 $x = f(t)$ $dx = f'(t)dt$

$$S_2 = \int_a^b t f'(t) dt = \left[t f(t) \right]_a^b - \int_a^b f(t) dt = b f(b) - a f(a) - S_1 \text{ となるので、}$$

$$S_1 + S_2 = b f(b) - a f(a)$$

(2) $y = \sqrt{\sqrt{1+x} - 1}$ とすると

$$y^2 = \sqrt{1+x} - 1 \quad y^2 + 1 = \sqrt{1+x} \quad (y^2 + 1)^2 = 1 + x$$

$$x = y^4 + 2y^2$$

これにより、

$$f(x) = \sqrt{\sqrt{1+x} - 1} \text{ とすると } g(x) = x^4 + 2x^2 \text{ となる。}$$

$$\int_3^{99} \sqrt{\sqrt{1+x} - 1} dx = \int_3^{99} f(x) dx = S_1 = 294 - S_2 = 294 - \int_1^3 (x^4 + 2x^2) dx = \frac{3424}{15}$$

(3) $y = \sqrt{\frac{4}{x} - 1}$ とすると、 $\frac{4}{x} - 1 = y^2$ $x = \frac{4}{y^2 + 1}$

よって、 $f(x) = \sqrt{\frac{4}{x} - 1}$ とすると、 $g(x) = \frac{4}{x^2 + 1}$

$$S_1 + S_2 = 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} - 1 \cdot \sqrt{3} = 0$$

$$\int_1^3 f(x) dx = - \int_{\sqrt{3}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{4}{x^2 + 1} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} 4 dx = \frac{2}{3} \pi$$

補足

(2) は (1) ができていなくても、 $\sqrt{1+x} - 1 = t$ と置換して直接計算ができる。
この辺りを粘って解答できたかどうか大きなポイントであった。

問題 3

(1) 2つの異なる格子点を $A(k, l)$, $B(m, n)$ とすると、
直線 AB の方程式は、

$$(l - n)x + (m - k)y + kn - lm = 0 \text{ と表せる。}$$

ここで、 $l - n = L$, $m - k = M$, $kn - lm = N$ とおくと、

$$Lx + My + N = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

点 (p, q) が e 点であるとき、

$$p \pm e = X, \quad q + \frac{1}{2} = Y \quad \text{すなわち、} \quad p = X \mp e, \quad q = Y - \frac{1}{2} \quad (X, Y \text{ は整数})$$

となる。

(p, q) が直線 $\textcircled{1}$ 上にあると仮定すると、

$$Lp + Mq + N = 0 \quad \text{すなわち} \quad L(X \mp e) + M\left(Y - \frac{1}{2}\right) + N = 0$$

e は無理数だから、 $L = 0$ となる。

$$M\left(Y - \frac{1}{2}\right) + N = 0 \text{ より、} \quad M = 0 \text{ となる。}$$

これにより、 $l = n$ かつ $m = k$ となる。

よって、 A, B は一致してしまうので、矛盾となる。

よって、 (p, q) は $\textcircled{1}$ すなわち直線 AB 上にはない。

よって、線分 AB 上にもない。

(2) 4つの格子点を

$$(k, l)(k+1, l)(k+1, l+1)(k, l+1) \text{ とする。}$$

(1) の結果から e 点は4辺及び対角線上にはない。

(p, q) が条件をみたす e 点のとき、

$$p = X \pm e, \quad q = Y - \frac{1}{2} \quad X, Y \text{ は整数だから、} \quad q = l + \frac{1}{2} \quad (q \text{ の値はこれに限られる})$$

$$k < X \pm e < k+1 \quad (\neq k + \frac{1}{2})$$

$$k \mp e < X < k \mp e + 1$$

これをみたす整数 X は2個

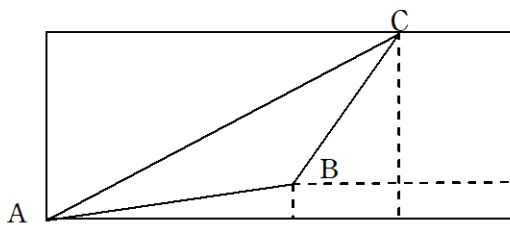
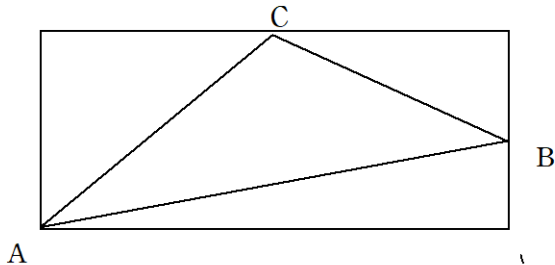
(3) $(k, l)(k+n, l)(k+n, l+m)(k, l+m)$ を頂点とするような長方形を考える。

(2) から、長方形の中の e 点は $2mn$ 個存在する。この時面積は e 点の個数の $\frac{1}{2}$ に等しい。

また (1) の結果から対角線上には e 点は存在せず、対称性により e 点の個数は対角線によって2分割される。よって2分割した直角三角形の内部には mn 個存在する。

よって面積はこの $\frac{1}{2}$ に等しい。

(4)



どのような三角形であっても長方形と直角三角形を組み合わせで作ることができる。

(上の図はその一例)

(3) で長方形と直角三角形については、面積が内部にある e 点の個数の $\frac{1}{2}$ であることは示されていたので、その組み合わせでできる図形の面積も、内部にある e 点の個数の $\frac{1}{2}$ となる。

(5)

3点A, B, Cが格子点で、 $\triangle ABC$ が正三角形であるとする。

その面積は e 点の個数の $\frac{1}{2}$ で有理数である。

一辺の長さは $\sqrt{k^2+l^2}$ (k, l は整数) と表されるので、

正三角形ABCの面積は、 $\frac{1}{2}(\sqrt{k^2+l^2})^2 \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}(k^2+l^2)$ となるので矛盾である。

よって、3つの格子点を頂点とする正三角形は存在しない。

講評

2022年度は合格者平均点が7割を超えるなど比較的取り組み易かったと思いますが、2023年度一般前期は論述部分が難化している様子でした。問題1のマークシート部分は、昨年に引き続き易しい問題構成で、計算にミスがなければ切り切れる問題が多かったでしょう。メルリックス学院の対策講座でも $2023=7\times 17^2$ であることを覚えておきたいという話はしましたが、(1)がその問題でした。(10)の数列の問題は、一般項を求めるのではなく、推測で済ませる問題でした。マークシート特有の問題でしたね。藤田の数列ではマーク特有問題はよく出題されています。

問題2は逆関数を使った積分に関する問題でした。この問題を解いたことがある受験生にはできる問題でしたが、初見の受験生には難しかったでしょう。(1)から苦戦してしまったことも考えられます。ただ、(1)が出来なくても、(2)だけ置換積分法を使って取っていく手段もありました。諦めずにできることを尽くした受験生であれば、貴重な部分点を得ることができたでしょう。問題3は受験生にとっては馴染みの薄い問題で、更に対処方法に困ったことでしょう。得点率はかなり低いことが予想されますので、出来なくても心配することはありません。

全体として、やはり勝負はマークシート部分であったように感じます。取れる問題を高い割合で取り切れたかでした。


合格の基準となる点数については、マークシート部分で90/120点、論述部分で20/80点、合計で110/200点くらいでも勝負になると感じます。



メルマガ登録（無料）またはLINE 公式アカウント友だち登録（無料）で全教科閲覧できます！
メルマガ登録は左のQRコードから、LINE 友達登録は右のQRコードから行えます。




渋谷校

 0120-142-760

受付 9時～22時（日曜日のみ 19時まで）

東京都渋谷区桜丘町 6-2


名古屋校

 0120-148-959

受付 9時～22時（日曜日のみ 19時まで）

名古屋市中村区名駅 2-41-20
CK18 名駅前ビル 2F・6F

大阪校

 0120-142-767

受付 9時～22時（日曜日のみ 19時まで）

大阪府吹田市広芝町 4-3-4
江坂第1ビル 3F